

## **Ernst Zermelo, der Schöpfer der axiomatischen Mengenlehre**

Wegweisender Forscher und Opfer des Nationalsozialismus

*Heinz-Dieter Ebbinghaus*

Am 26. März 1935 teilte der badische Minister des Kultus und Unterrichts dem Rektor der Universität Freiburg mit, daß der ordentliche Honorarprofessor Dr. Ernst Zermelo, nachdem er auf die Ausübung einer Lehrtätigkeit verzichtet habe, als aus dem Lehrkörper der Universität ausgeschieden gelte. Damit hatte einer der bedeutendsten Forscher, die in Freiburg Mathematik gelehrt haben, wegen seiner antinationalsozialistischen Einstellung seine Lehrbefugnis verloren.

Zermelo stellte in zwei Schritten, 1908 in Göttingen und 1930 in Freiburg, ein Axiomensystem der Mengenlehre auf, das heute die Grundlage der gesamten Mathematik bildet. Mit einem der Axiome, dem von ihm schon 1904 formulierten Auswahlaxiom, hat er die methodischen Möglichkeiten der Mathematik wie kein anderer nach ihm bereichert.

Der vorliegende Beitrag schildert zunächst den Lebensweg und die vielseitige Forscherpersönlichkeit Zermelos. Anschließend geht er seinen mengentheoretischen Arbeiten nach und gibt dann anhand von Unterlagen aus dem Universitätsarchiv und privaten Briefen einen Einblick in das Verfahren, das zum Verlust seiner Honorarprofessur führte. In der Gegenüberstellung von wissenschaftlicher Leistung und persönlicher Demütigung mag exemplarisch deutlich werden, was der nationalsozialistische Alltag der Universität barg.

### Leben und Werk

Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo wurde am 27. Juli 1871 in Berlin geboren. Er studierte Mathematik, Physik und Philosophie in Berlin, Freiburg (Sommersemester 1891) und Halle. 1894 promovierte er in Berlin bei Hermann Amandus Schwarz mit einer Arbeit zur Variationsrechnung. Von 1894 bis 1897 war er Assistent von Max Planck am Berliner Institut für Theoretische Physik. 1897 wechselte er nach Göttingen, wo er sich 1899 mit einer Arbeit zur Strömungsmechanik für das Fach Mathematik habilitierte. Schon bald schloß er sich der Gruppe um David Hilbert an und wandte sein Hauptaugenmerk fortan den Grundlagen der Mathematik zu. Zwischen 1904 und 1908 entstanden bahnbrechende Arbeiten zur Mengenlehre. 1910 wurde er als ordentlicher Professor für Mathematik an die Universität Zürich berufen, mußte aber bereits 1916 wegen einer 1906 ausgebrochenen Tuberkulose in den Ruhestand treten. 1921 wechselte er nach Freiburg. Eine Besserung seines Zustandes erlaubte es ihm, 1926 eine ordentliche Honorarprofessur am Mathematischen Institut der Universität

anzunehmen und sich fortan regelmäßig mit Lehrveranstaltungen am Ausbildungsprogramm des Instituts zu beteiligen. Im Februar 1935 wurde er denunziert, weil er den Hitlergruß verweigere. Am Ende einer auf seine Entlassung zielenden Untersuchung durch das Rektorat sah er sich gezwungen, seine Honorarprofessur niederzulegen. 1946 wurde er rehabilitiert, war aber aus Altersgründen und wegen einer fortschreitenden Erblindung nicht mehr in der Lage, seine Vorlesungstätigkeit wieder aufzunehmen. Er verstarb am 21. Mai 1953 in Günterstal. Zermelo hat auch außerhalb der Mengenlehre auf verschiedenen Gebieten der Mathematik und der Physik neue Perspektiven eröffnet. Während seiner Assistentenzeit bei Max Planck initiierte er eine vertiefte Diskussion der von Ludwig Boltzmann entwickelten Theorie irreversibler Vorgänge und eine verfeinerte Sicht vom Wärmetod des Universums ("Zermeloscher Wiederkehrerwand"). Während seiner Züricher Zeit schrieb er 1912 eine Arbeit über Gewinnstrategien im Schachspiel, die heute als Beginn der mathematisch-ökonomischen Spieltheorie gilt. Zu ihren Lesern gehörte auch Johann von Neumann, der mit seiner Arbeit über Gesellschaftsspiele (1928) dann die eigentliche Basis für die Spieltheorie legte. Albert Einstein traf sich in Zürich regelmäßig mit Zermelo, weil er seine mathematisch-physikalischen Ratschläge schätzte.

Zermelos erste Freiburger Arbeiten fallen ebenfalls in die Angewandte Mathematik. Sein Vorschlag zur Auswertung von Turnierergebnissen (1928) gestattet - anders als die Rangfolge nach erzielten Punkten - auch bei abgebrochenen Turnieren das Aufstellen einer Rangliste; die im Turnier gezeigten Spielstärken der Teilnehmer werden als die Gewinnwahrscheinlichkeiten interpretiert, welche mit größter Wahrscheinlichkeit zum Ergebnis des Turniers führen. Nach der Wiederentdeckung rund vier Jahrzehnte später wurde der Vorschlag zur mathematischen Grundlage für die Aufstellung von Ranglisten ("Bradley-Terry-Modell"). Seine Arbeiten über die Navigation in der Luftfahrt (1930, 1931), angeregt durch die Weltumrundung des Luftschiffs "Graf Zeppelin", stellen und lösen das Problem, wie ein Flugzeug in bewegter Luft zu steuern ist, um auf kürzestem Weg ein gegebenes Ziel zu erreichen ("Zermelosches Navigationsproblem"). Seine Forschungen schlossen auch konkrete technische Fragestellungen ein. 1932 entwarf er ein automatisches Getriebe für Kraftwagen. Sein in den Grundzügen fertiggestellter Patentantrag blieb unvollendet; bereits 1927 hatte nämlich die Firma Daimler-Benz mit der Entwicklung solcher Getriebe begonnen. 1931 wurde er in die Wissenschaftliche Gesellschaft zu Göttingen und 1933 in die Heidelberger Akademie der Wissenschaften gewählt.

Während seiner aktiven Freiburger Zeit beteiligte Zermelo sich über sein Fachgebiet hinaus am universitären Leben. So unterhielt er regen Kontakt zum Philosophischen Seminar, insbesondere zu Edmund Husserl, den er noch von Göttingen und von seinem Studium in Halle her kannte; er besuchte Husserls Vorlesungen und fertigte von einigen stenographische Mitschriften an. Mit eigenen Übersetzungen von Teilen der Epen Homers und deren

Interpretation trug er zum Veranstaltungsprogramm des Verbandes der Freunde der Universität Freiburg bei. Der Verlust der Honorarprofessur 1935 traf ihn schwer. In der anschließenden Zeit, die von nachlassenden Kräften und wachsender Isolation geprägt war, fand er Unterstützung in seiner Frau Gertrud. Sie verstarb erst 2003 im Alter von 101 Jahren.

### Das Zermelosche Auswahlaxiom

In den letzten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts legte Georg Cantor das Fundament der Mengenlehre und schuf damit die Grundlagen für eine mathematische Theorie des Unendlichen. Cantor entdeckte, daß es unendlich viele Grade von Unendlichkeit gibt. Um sie zu messen, übertrug er die vertraute Vorstellung, daß man die Mächtigkeit endlicher Mengen, also die Anzahl ihrer Elemente, durch eine natürliche Zahl wiedergeben kann, auf unendliche Mengen. Dazu erweiterte er die natürlichen Zahlen um neue unendlich große Zahlen, die er Alephs nannte. Die Mächtigkeit der (unendlichen) Menge der natürlichen Zahlen wird durch das kleinste Aleph gemessen. Von der Menge der reellen Zahlen, dem Kontinuum, zeigte er, daß ihm, wenn überhaupt, ein größeres Aleph zukommt. Cantor war überzeugt, daß jeder unendlichen Menge ein Aleph zukomme, daß seine Mächtigkeitslehre also alle Mengen erfasse. David Hilbert, einer der einflußreichsten Mathematiker seiner Zeit, stellte die Frage nach der Reichweite der Cantorsche Mächtigkeitslehre an den Anfang einer Liste von 23 Problemen, mit der er auf dem Internationalen Mathematikkongreß 1900 in Paris der Mathematik Orientierungspunkte auf dem Weg in das neue Jahrhundert gab.

Im Herbst 1904 bewies Zermelo ein Theorem, aus dem sich leicht erschließen läßt, daß Cantor recht hatte (Zermelo 1904). Doch er mußte einen Preis bezahlen. Sein Beweis benötigt ein neues mengentheoretisches Prinzip, das er hier als erster formulierte, das Zermelosche Auswahlaxiom: Zu jeder Menge  $M$  von nicht leeren Mengen gibt es eine Funktion, die jeder Menge aus  $M$  eines ihrer Elemente zuordnet. Besteht  $M$  zum Beispiel aus Mengen natürlicher Zahlen, kann man jeder Menge aus  $M$  die kleinste Zahl zuordnen, die sie enthält. Doch schon Bertrand Russell wies anhand anschaulicher Beispiele auf Schwierigkeiten hin: Besteht  $M$  aus Paarmengen von Schuhen, kann man jeder Paarmenge den linken Schuh zuordnen; wie aber soll man verfahren, wenn  $M$  aus Paarmengen von Socken besteht? Enthält  $M$  alle nicht leeren Mengen reeller Zahlen, läßt sich sogar beweisen, daß es keine "Auswahlfunktion" gibt, die man konkret definieren kann. Das Zermelosche Auswahlaxiom fordert daher die Existenz von Zuordnungen, die man im allgemeinen nicht beschreiben kann, es fordert also nichts weiter als deren bloße Existenz.

Die Abstraktheit dieser Forderung stieß bei vielen Mathematikern auf Ablehnung. Funktionen, so die verbreitete Meinung, konnten nur durch eine explizite Vorschrift gegeben werden, nach der dann die Zuordnungen zu vollziehen waren, eine Auffassung, die sich darin niederschlug,

von Funktionen zuweilen als von Gesetzen oder Regeln zu sprechen. Solche, die das Auswahlaxiom benutzt hatten, ohne sich dessen bewußt gewesen zu sein, reihten sich unter die Gegner, als sie mit der Radikalität der Zermelosen Formulierung konfrontiert wurden. Die Angriffe gegen die Zermelose Arbeit wurden Legion und machten das Auswahlaxiom zum meistdiskutierten Prinzip der mathematischen Neuzeit.

Im Sommer 1907, während er in Chesières oberhalb des Rhônetals Erholung von seiner Tuberkulose suchte, verfaßte Zermelo eine Verteidigungsschrift (Zermelo 1908a), in der er scharfsinnig und zukunftsweisend allen Einwänden entgegentrat. Am Ende faßt er zusammen: "Die Tatsache, daß man in meinem Beweise trotz eingehender Prüfung, für die ich allen Kritikern zu Dank verpflichtet bin, keine mathematischen Irrtümer hat nachweisen können, und daß die gegen meine Prinzipien erhobenen Einwände einander widersprechen und sich so gewissermaßen gegenseitig aufheben, läßt mich hoffen, daß sich alle diese Widerstände durch genügende Aufklärung mit der Zeit wohl werden überwinden lassen."

Es dauerte rund 30 Jahre, bis sich das Auswahlaxiom durchgesetzt hatte. Weitreichende Resultate in der Algebra, der Topologie und der Funktionalanalysis, die mit ihm möglich wurden, bereiteten die Anerkennung vor. Eine "handliche" Variante, das Zornsche Lemma, mit der der Algebraiker Max Zorn in den dreißiger Jahren die Tragweite des Axioms demonstrierte, ließ letzte Kritik verstummen.

Selbst merkwürdige Konsequenzen, zu denen das Axiom führt und die belegen, wie abstrakt seine Existenzforderung ist, hielten diese Entwicklung nicht auf. 1924 bewiesen Stefan Banach und Alfred Tarski das sog. Kugelparadoxon: Eine Kugel vom Radius 1 läßt sich z.B. so in endlich viele Teile zerlegen, daß sich aus diesen Teilen zwei volle Kugeln vom Radius 1 zusammensetzen lassen; es gibt sogar Zerlegungen in endlich viele Teile, aus denen sich der Turm des Freiburger Münsters zusammensetzen läßt. Die Existenz der Teile wird durch das Auswahlaxiom verbürgt, beschreiben lassen sie sich nicht. Einige von ihnen sind gar so "zerfasert", daß sie keinen Inhalt haben und, wären sie etwa aus Gold, auch kein Gewicht. Mit dem Auswahlaxiom hat Zermelo die moderne Mathematik konzeptionell und methodisch geprägt und bereichert: "Without the Axiom, mathematics today would be quite different. [...] Indeed, the Axiom epitomizes the fundamental changes - mathematical, philosophical, and psychological - that took place when mathematicians seriously began to study infinite collections of sets" (Moore 1982: 1).

## Die Axiomatisierung der Mengenlehre

An der Wende zum 20. Jahrhundert traten in der Mengenlehre Widersprüche auf. Der wichtigste, die Russellsche Antinomie, wurde unabhängig voneinander von Russell (1902) und von Zermelo (vor 1901) entdeckt: Die Menge aller Mengen, die nicht Element von sich selbst

sind, kann nicht Element von sich selbst sein und muß zugleich Element von sich selbst sein. Die Einsicht, daß allgemein akzeptierte mathematische Schlußweisen und Begriffsbildungen zu Widersprüchen führen können, verunsicherte viele Mathematiker und führte schließlich zur sog. Grundlagenkrise der Mathematik.

Als Zermelo 1907 seine Verteidigungsschrift zum Auswahlaxiom schrieb, stellte er sich zugleich die Aufgabe, die mengentheoretischen Prinzipien so eng zu formulieren, daß die bekannten Widersprüche nicht mehr auftreten, aber auch so weit, daß sich Cantors mengentheoretische Überlegungen axiomatisch nachvollziehen lassen. In einer gleichzeitig verfaßten Zwillingschrift (Zermelo 1908b) realisierte er dieses Programm. Die darin enthaltene Sammlung mengentheoretischer Prinzipien enthält als wesentlichen Baustein auch das Auswahlaxiom. Sie heißt heute "Zermelosches Axiomensystem der Mengenlehre".

Die Bedeutung der Mengenlehre für die Mathematik beruht darauf, daß sich alle mathematischen Theorien in der Mengenlehre darstellen lassen, indem man die Objekte der Mathematik in geeigneter Weise durch Mengen repräsentiert. So läßt sich die Zahl Null durch die leere Menge (die Menge mit 0 Elementen) repräsentieren, die Zahl Eins durch die (einelementige) Menge, die nur aus der Repräsentation der Null (also der leeren Menge) besteht, und die Zahl Zwei durch die (zweielementige) Menge, die aus der Repräsentation der Null und der Repräsentation der Eins besteht. Verfährt man entsprechend weiter, wird die  $<$ -Beziehung zwischen den natürlichen Zahlen durch die Beziehung des Elementseins repräsentiert.

Zwar arbeiten Zahlentheoretiker weiterhin mit zahlentheoretischen Axiomen und lassen sich bei ihren Argumenten vom intuitiven Zahlbegriff leiten, doch Fragen nach der Tragweite ihres Vorgehens, z.B. Fragen nach dem, was zahlentheoretisch beweisbar ist, lassen sich jetzt auf die Frage nach der Tragweite des mengentheoretischen Axiomensystems zurückführen. Jede andere mathematische Theorie läßt eine solche Reduktion zu. Zermelo ist es also gelungen, ein gleichsam universelles Axiomensystem für die gesamte Mathematik anzugeben, so etwas wie eine Weltformel für das mathematische Universum.

Ende der zwanziger Jahre hatte eine neue Generation von Forschern, zu der der junge Kurt Gödel gehörte, die Entwicklung der mathematischen Logik in eine Richtung geführt, die nach Zermelos Ansicht eine Gefährdung der klassischen Mathematik bedeutete. Sie traten dafür ein, mathematische Argumentationen in einem einfachen logischen System darzustellen, das nach Zermelos Meinung dem Reichtum der Mathematik nicht gerecht werden konnte. Mit scharfer Kritik und eigenen Ansätzen stemmte er sich dem entgegen. Einem dieser Ansätze entsprang die vielleicht bedeutendste Arbeit, die er in seiner Freiburger Zeit geschrieben hat: "Über Grenzzahlen und Mengenbereiche" (Zermelo 1930). Sie beginnt mit der Formulierung eines um zwei Axiome erweiterten Axiomensystems, das bis heute das gültige Axiomensystem der

Mengenlehre geblieben ist und - einem Vorschlag Zermelos folgend - "Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem" heißt. Die neuen Axiome betreffen nicht die mengentheoretische Darstellbarkeit der Mathematik, sondern das Mengenuniversum selbst. Sie wurden zunächst von anderen (Abraham Fraenkel, Thoralf Skolem; Dimitry Mirimanoff, Johann von Neumann) formuliert. Doch erst in der Zermeloschen Arbeit entfalten sie ihre konzeptionelle Stärke. Sie legen fest, daß sich das Mengenuniversum hierarchisch aufbaut in immer neuen Stufen komplizierterer Mengen, die sich unvorstellbar unendlich oft aufeinandertürmen ("Kumulative Hierarchie"). Die klassischen mathematischen Disziplinen wie die Zahlentheorie und die Analysis finden - in mengentheoretischer Darstellung - in den untersten Geschossen statt. Die Arbeit bildet den Ausgangspunkt für zwei der wichtigsten Teildisziplinen der modernen Mengenlehre: für die Theorie der Modelle der Mengenlehre, also der möglichen mengentheoretischen Universen, und für die Theorie großer Unendlichkeiten ("große Kardinalzahlen"). Zwar hatte von Neumann die Kumulative Hierarchie schon drei Jahre zuvor definiert, doch er hatte von ihr nur technisch Gebrauch gemacht. In der Zermeloschen Darstellung entfaltet sie eine Natürlichkeit, die heute das überzeugendste intuitive Argument für die (grundsätzlich nicht beweisbare) Widerspruchsfreiheit der Mengenlehre und damit der gesamten Mathematik ist und so wesentlich dazu beigetragen hat, die Grundlagenkrise als überwunden anzusehen.

#### Der Verlust der Honorarprofessur

Anfang 1935 gehörten dem Mathematischen Institut zwei ordentliche Professoren an: Gustav Doetsch und Wilhelm Süss. Doetsch war der Nachfolger von Lothar Heffter, dem Begründer des Verbandes der Freunde der Universität Freiburg, Süss hatte erst im Oktober 1934 die Nachfolge von Alfred Loewy angetreten, der 1933 als Jude suspendiert worden war.

Am 15. Januar 1935 fand in der Universität eine Feier aus Anlaß der Rückkehr des Saarlandes in das Deutsche Reich statt. Am 18. Januar schreibt Eugen Schlotter, Assistent von Doetsch, offenbar in Absprache mit Doetsch einen Brief an die Dozentenschaft. Darin heißt es:

Ich fühle mich verpflichtet, über einen Vorfall Meldung zu erstatten, der bei der Saarkundgebung der Universität [...] die Empörung meiner ganzen Umgebung hervorgerufen hat. An dieser Kundgebung hat Prof. Zermelo in einer Weise teilgenommen, die unbedingt als Schädigung des Ansehens der Freiburger Dozentenschaft anzusehen ist. [...] Nach der nationalen Erhebung fiel er öfters durch schwerste Beleidigungen des Führers und der Einrichtungen des Dritten Reiches auf. [...] Als dann [auf der Kundgebung] das Horst-Wessellied gesungen wurde, fühlte er sich sichtlich unbehaglich. Das Händchen wollte zunächst überhaupt nicht hoch. Noch scheuer blickte er um sich, bis er beim dritten Vers keine andere Möglichkeit sah, als das Händchen wieder mit sichtlichem Widerstreben in Hüfthöhe vorzuhalten. Dabei machte er den Eindruck, als

müsse er Gift schlucken, verzweifelte Lippenbewegungen waren immer seltener zu beobachten. Er erschien erlöst, als die Zeremonie zu Ende war. Der Anblick dieser furchtbaren Jammergestalt verdarb uns die ganze Freude. Jeder studentische Beobachter musste doch den denkbar schlechtesten Eindruck mitnehmen von einer Dozentenschaft, die noch solche Elemente bei sich duldet. [...] Ich bitte die Freiburger Dozentenschaft, zu untersuchen, ob Prof. Zermelo (noch) würdig ist, ehrenhalber Professor der Universität Freiburg zu sein.

Am 12. Februar sekundiert die mathematisch-physikalische Fachabteilung der Studentenschaft, die ihr Schreiben mit dem Schlotterschen Brief an den Rektor, den Strafrechtler Eduard Kern, und an das Ministerium schickt:

Die Unterzeichneten fühlen sich verpflichtet, auf Zustände innerhalb der Freiburger Dozentenschaft hinzuweisen, die allmählich untragbar geworden sind, und die der dringenden Lösung harren; es handelt sich um Prof. hon. Dr. E. Zermelo, der seit einigen Jahren an der Universität Freiburg doziert. [...] Herr Zermelo ist seit der nationalsozialistischen Erhebung schon öfters durch schwerste Beleidigungen des Führers und durch Nichtbeachtung der Einrichtungen des Dritten Reiches aufgefallen; so weigert er sich z.B., mit dem deutschen Gruss zu grüssen; dass er überhaupt noch an der Freiburger Universität existieren kann, liegt lediglich daran, dass er als ungefährlich bis jetzt geduldet wurde und nur noch auf wissenschaftlichem Gebiet ernstgenommen wird! Diese Duldung darf jedoch nicht so weit gehen, dass er ungestraft das Ansehen der Freiburger Dozenten- und Studentenschaft schädigen darf. [...] Um zu verhindern, dass Prof. Zermelo noch länger die Belange und das Ansehen der Dozenten- und Studentenschaft öffentlich schädigen kann, ersuchen wir das Ministerium, nach Prüfung der Sachlage für eine Entfernung des Herrn Prof. hon. Dr. E. Zermelo aus dem Lehrkörper Sorge zu tragen.

Die Anzeigen führen zu einer Untersuchung durch den Vizekanzler, den Professor für Philosophie und Erziehungswissenschaft Georg Stieler. Dieser hörte eine Reihe von Zeugen. Am 25. Februar sagt Doetsch aus:

Zermelo verweigert mir und Anderen im Institut den Hitler-Gruß und zwar nicht aus Zufall, sondern absichtlich, denn es geschah nicht nur hin und wieder und zufälligerweise, sondern *regelmäßig*; selbst auf ein an ihn allein gerichtetes lautes "Heil Hitler, Herr Zermelo", als er wieder den üblichen Gruß ignoriert hatte, antwortete er nur mit einem gequetschten "Heil". [...] Obwohl Zermelo von reiferen Studenten nicht ernstgenommen wird, halte ich ein solches politisches Gebaren für die jüngeren doch für gefährlich.

Am 1. März wird Zermelo selbst verhört. In seiner Rechtfertigung folgt er seinem politischen Vorbild August Ludwig von Schlözer. Er hatte den einflußreichen Antiabsolutisten der Aufklärung durch eine Arbeit seines früh verstorbenen Vaters kennengelernt, die dieser 1875

verfaßte, um als Patriot an von Schölzers Wirken aufzuzeigen, auf welchen Werten das neu gegründete Deutsche Reich aufbauen solle. In seiner eigenen Schilderung des Verhörs heißt es:

Ich antwortete, daß ich mich in und außerhalb meiner Lehrtätigkeit bemüht hätte, allen gesetzlichen Vorschriften des neuen Staates peinlich nachzukommen, da ich mit Sokrates u.a. der Meinung sei, daß der Bürger jeder Regierung Gehorsam schuldig sei, auch wenn er ihre Maßregeln nicht gutheißen könne. Dagegen hätte ich als Nicht-Beamter, der auch keine staatliche Besoldung bezöge, mich durchaus nicht verpflichtet gefühlt, unablässig eine nicht vorhandene Partei-Gesinnung zum Ausdruck zu bringen. Die Politik des Geßler-Hutes schein sich doch, wie man bei Schiller nachlesen könne, nicht gerade bewährt zu haben. Und so hätte ich denn die Hitler-Grüße in einer Form beantwortet, wie ich auch sonst GrüÙe zu beantworten pflegte. Allfällige kritische Äußerungen über Regierungsmaßregeln hätte ich immer nur ganz privatim und niemals, soweit ich wisse, innerhalb der Universitätsräume verlauten lassen. Ich glaubte also in sachlicher Beziehung meinen Standpunkt voll vertreten zu können. Wenn mir aber die Universität zu verstehen geben wolle, daß sie auf meine (freiwillige und unbesoldete) Lehrtätigkeit keinen Wert mehr lege, so sei ich bereit, freiwillig auf eine Tätigkeit zu verzichten, die mir unter solchen Umständen keine Freude mehr machen könne.

Das Protokoll faßt knapp zusammen:

Ich habe nicht die Absicht gehabt, durch Verweigerung des Hitlergrußes gegen eine Gesetzesbestimmung zu verstoßen und habe auch bei Beginn meiner Vorlesungen die vorgeschriebene Handbewegung gemacht; ich habe mich nur gegen Übertreibung wehren wollen, wenn ich nicht immer den Gruß vorschriftsmäßig beantwortet habe.

Auf Vorhalt: Ich bin vielleicht im Gasthaus gelegentlich mit kritischen Äußerungen gegen die heutige Politik unvorsichtig gewesen, habe sie aber immer nur im privaten Kreise vorgebracht, jedenfalls nicht im Dozentenzimmer.

Bereits am nächsten Tag zieht Zermelo in einem Schreiben an den Dekan der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät die schon im Verhör angedeutete Konsequenz:

Sehr geehrter Herr Dekan,

Hiermit teile ich Ihnen mit, daß ich nach einer Besprechung mit dem stellvertretenden Rektor mich entschlossen habe, auf eine weitere Lehrtätigkeit an der hiesigen Universität zu verzichten und bitte Sie, mich meinen bisherigen Herren Kollegen bestens zu empfehlen.

In vorzüglichster Hochachtung

Dr. E. Zermelo

bisher ord. Honorarprofessor an der Universität.

Bevor er von diesem Schreiben Kenntnis erhält, beantragt der Rektor am 4. März beim Ministerium, Zermelo wegen der gegen ihn erhobenen "begründeten Anklagen" aufzufordern, auf seine Lehrtätigkeit zu verzichten, und im Falle der Weigerung ein Verfahren auf Entziehung der *venia legendi* einzuleiten. Das Schreiben ist stellvertretend vom Vizerektor unterschrieben.

Am 13. März, noch immer ohne Antwort, fragt Zermelo beim Rektor nach, wobei er Wert darauf legt, "unmittelbar nach [der] Besprechung mit dem stellvertretenden Rektor die erforderlichen Schritte getan [zu haben], um [sein] Verhältnis zur Universität klarzustellen." Bereits am nächsten Tag informiert der Rektor das Ministerium über Zermelos Verzicht. Am 26. März ergeht von dort die eingangs zitierte Feststellung.

Ein Jahr später wird Zermelo auf Veranlassung von Doetsch vom neuen Rektor, dem Geographen Friedrich Metz, aufgefordert, im Mitgliederverzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung den Eintrag "1926 Honorarprofessor Freiburg" streichen zu lassen. Wie die vorangehenden Briefe des Rektorats enthält auch dieser Brief weder Anrede noch Schlußformel.

## Rückzug

Mit dem Verlust der Honorarprofessur endet auch Zermelos Forschungstätigkeit. Die Umstände des Verfahrens trafen ihn tief. Besonders enttäuscht war er über das Verhalten der Universitätsleitung und die Teilnahmslosigkeit seiner Kollegen. "Die Interessen und das Ansehen der Hochschule scheinen für ihre offiziellen Vertreter nicht so wichtig gewesen zu sein wie das Bedürfnis, sich nach oben zu empfehlen. Auch von den mir befreundeten Fach- und anderen Kollegen hat niemand bisher den Versuch gemacht, sich mit mir über die Sache auszusprechen, ich gelte eben als verdächtig, und da will jeder sich fernhalten," schreibt er am 19. April an seine Schwestern. Dazu sollte jedoch festgehalten werden, daß Heffter und Süß mit ihren Aussagen vor dem Vizerektor die Beschuldigungen gegen Zermelo nicht bzw. nur eingeschränkt bestätigten. Heffter, der in der Universität - auch als früherer Rektor - Ansehen genoß, konnte Zermelos politischen Äußerungen sogar die Schärfe nehmen, indem er ihn als einen "außerordentlich genialen Mathematiker" schilderte, bei dem "die Grenze zwischen Genie und Abnormalität vielleicht etwas flüchtig" sei.

Das Ende der Forschungstätigkeit hatte auch einen fachlichen Grund. Zermelos Versuch, die Entwicklung der mathematischen Logik in seinem Sinne zu beeinflussen, war fehlgeschlagen. Drei Arbeiten über unendliche Sprachen aus den Jahren 1932 bis 1935, in denen er seine Vorstellungen niedergelegte, blieben ohne Resonanz. Die stürmische Entwicklung der Mathematischen Logik in den dreißiger Jahren wurde durch die junge Generation um Gödel geprägt und stand ganz im Zeichen finitärer logischer Sprachen. Eine systematische Theorie

unendlicher Sprachen entstand erst zwei Jahrzehnte später in der Logikschule der Universität Berkeley.

Zermelo lebte während der letzten beiden Jahrzehnte seines Lebens zurückgezogen auf dem Bernshof in Günterstal. Ein Brief, den er 1941 an Paul Bernays, einen der bedeutendsten grundlagentheoretischen Mitarbeiter Hilberts, schrieb, spiegelt seine Resignation:

Wenn ich auch immer noch wissenschaftlich interessiert und beschäftigt bin, so vermisse ich doch allzu sehr jeden wissenschaftlichen Gedankenaustausch, der mir früher [...] so reichlich zuteil geworden war. [...] Über die Auswirkung meiner eigentlichen Lebensarbeit, soweit sie die "Grundlagen" und die Mengenlehre betrifft, mache ich mir freilich keine Illusionen mehr. [...] Aber vielleicht kommt noch eine Zeit, wo auch meine Arbeiten wieder entdeckt und gelesen werden.

Die Richtigstellung sei Bernays überlassen. Zum Tode Zermelos schreibt er:

Zermelo hatte viel Witz und Esprit, und ich habe -- auch ausser demjenigen, was ich wissenschaftlich von ihm lernte -- viel geistige Anregung von ihm empfangen. [...] Seine wissenschaftlichen Leistungen, besonders im Gebiet der Mengenlehre, kommen in der heutigen Grundlagenforschung stark zur Geltung; sie werden gewiss für die Dauer ihre Bedeutung behalten und seinen Namen in der Wissenschaft lebendig erhalten.

1966 kehrte die mathematische Grundlagenforschung an die Universität Freiburg zurück. Eine Abteilung gab den institutionellen Rahmen; Hans Hermes wurde ihr erster Leiter.

#### Literatur:

Moore, G.H. (1982) Zermelo's Axiom of Choice. New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag

Zermelo, E. (1904) Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann. Mathematische Annalen 59: 514-516

Zermelo, E. (1908a) Neuer Beweis für die Möglichkeit der Wohlordnung. Mathematische Annalen 65: 107-128

Zermelo, E. (1908b) Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. Mathematische Annalen 65: 261-281

Zermelo, E. (1930) Über Grenzzahlen und Mengenbereiche. Fundamenta Mathematicae 16: 29-47.

Heinz-Dieter Ebbinghaus

Mathematisches Institut  
Abteilung für Mathematische Logik  
Eckerstraße 1  
79104 Freiburg  
[hde@math.uni-freiburg.de](mailto:hde@math.uni-freiburg.de)